

DESCRIPCIÓN DE LA ASIGNATURA

Estructura de la asignatura

- Tema 1** – Magnetostática en el vacío
- Tema 2** – Magnetostática en medios materiales
- Tema 3** – Campos variables con el tiempo
- Tema 4** – Teoría de circuitos
- Tema 5** – Líneas de transmisión

Profesor de la parte expositiva de la asignatura

Francisco J. Ares Pena (Despacho 206) - francisco.ares@usc.es

Sistema de evaluación continua

Controles intermedios. Propuesta: Realización de **2 o 3 controles (2 cuestiones de 5 puntos cada una) a lo largo del cuatrimestre.**

Además, se propondrán **exposiciones** de algunos de los contenidos teórico-prácticos de esta parte de la asignatura. La persona que las realice recibirá una puntuación diferente (**0.5 ó 1.0 puntos como máximo**) dependiendo de la dificultad de los mismos y deberán ser presentados por la alumna o alumno. Esta nota **se sumaría directamente a la calificación de la parte expositiva del examen final**. De ser necesario, la puntuación extra se guardaría también para el examen extraordinario.

Examen final de la asignatura

- **Examen final ordinario 19/05/2024 – 09:00h (Aula 0, Aula 6, Aula 130/140, Aula 830/840)**
- **Examen extraordinario 24/06/2024 – 16:00h (Aula 0, Aula 6, Aula 830/840)**

Contenido de la parte expositiva en el examen final de la asignatura

10 cuestiones cortas (1 pto. cada cuestión).

Comentario: las 2 cuestiones finales tendrían un mayor nivel de dificultad.

La **nota final para la parte expositiva** será la máxima nota entre

- Examen ordinario
- 40% actividades de evaluación continua + 60% examen ordinario

Para tener en cuenta la evaluación continua en la nota final de la asignatura, será necesaria la asistencia a un 85% de las clases como mínimo.

Horarios de las clases expositivas de la asignatura

Semana 1 (Martes 28 de enero – Viernes 31 de febrero)

Grupo Expositivo 1: clases de 12:00h a 13:00h en Aula 0.

Grupo Expositivo 2: clases de 19:00h a 20:00h en Aula 6.

Semana 2 (Lunes 3 de febrero – Viernes 7 de febrero)

Lunes 3 de febrero – Miércoles 5 de febrero

Grupo Expositivo 1: clases de 12:00h a 13:00h en Aula 0.

Grupo Expositivo 2: clases de 19:00h a 20:00h en Aula 6.

Jueves 6 de febrero

Grupo Expositivo 1: clase de 12:00h a 13:00h en Aula 0.

Viernes 7 de febrero

Grupo Expositivo 2: clase de 19:00h a 20:00h en Aula 0.

Resto del cuatrimestre (10 de febrero – 8 de mayo)

Lunes y Miércoles

Grupo Expositivo 1: clases de 12:00h a 13:15h en Aula 0.

Martes y Jueves

Grupo Expositivo 2: clases de 19:00h a 20:15h en Aula 0.

Finalización de las clases expositivas

Grupo Expositivo 1 – miércoles 7 de mayo

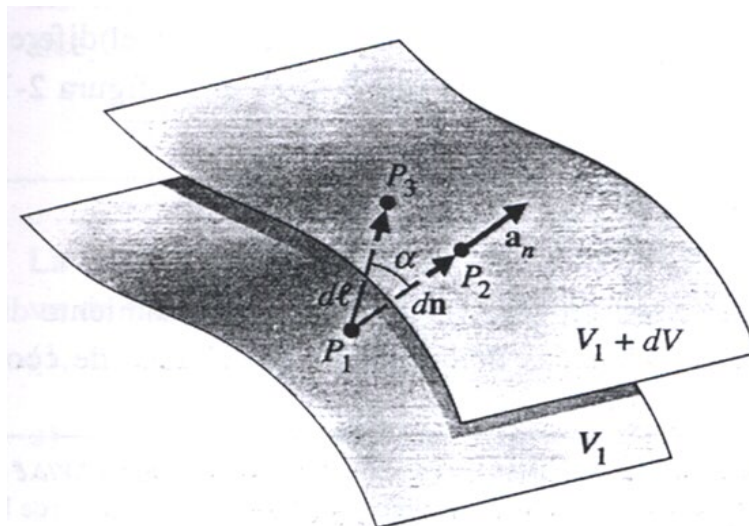
Grupo Expositivo 2 – jueves 8 de mayo

REPASO DE ANÁLISIS VECTORIAL

Recordemos los conceptos de gradiente, divergencia y rotacional de un campo.

Gradiente, divergencia y rotacional

El **gradiente** se puede definir como el vector que representa la magnitud y la dirección de la razón de incremento espacial máximo de un escalar.



$$\frac{dV}{dl} = \frac{dV}{dn} \frac{dn}{dl} = \frac{dV}{dn} \cos \alpha = \frac{dV}{dn} \hat{n} \cdot \hat{l} = \nabla V \cdot \hat{l}$$

$$dV = \nabla V \cdot d\vec{l}$$

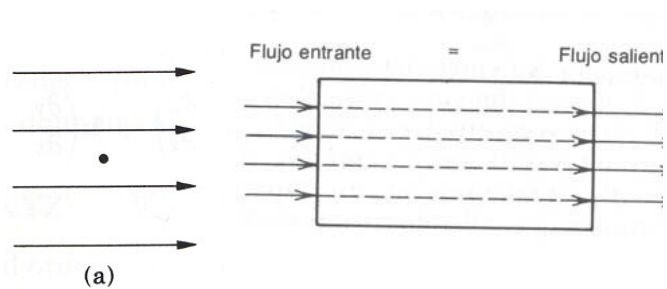
$$d\vec{l} = dl \cdot \hat{l}$$

$$d\vec{n} = dn \cdot \hat{n}$$
(1.1)

La **divergencia** de un campo vectorial \vec{F} es diferente de cero solamente en los puntos donde “nacen” o “mueren” las líneas de campo (se originan o desaparecen); y el **rotacional** es diferente de cero solamente en los puntos rodeados por líneas de campo cerradas o en espiral, aunque en algunos casos las líneas de campo pueden ser líneas rectas -ver ejemplo c)-.

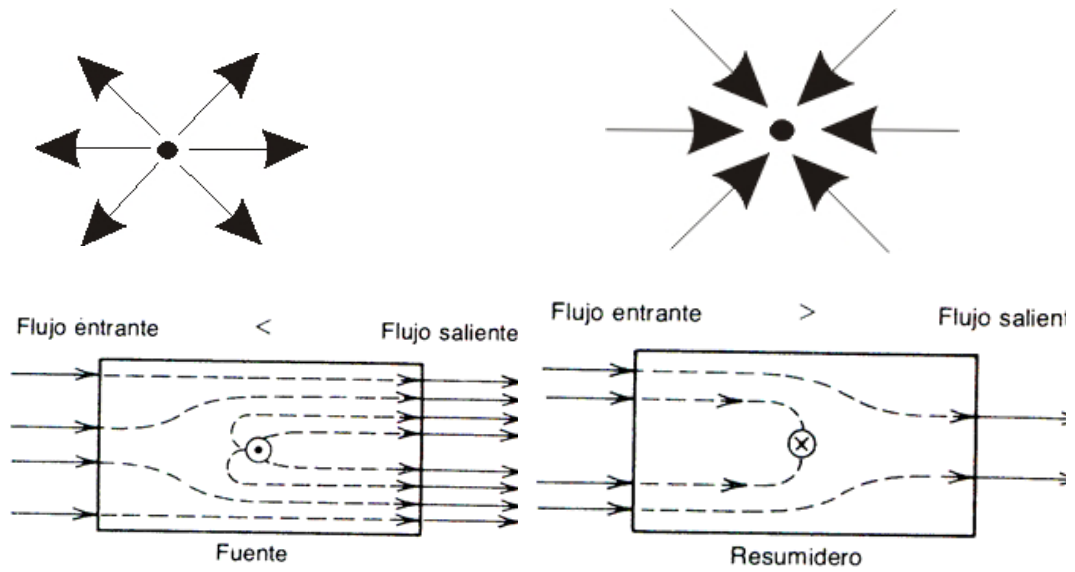
Casos posibles:

- a) $\nabla \cdot \vec{F} = 0$
(campo solenoidal)
- $\nabla \times \vec{F} = 0$ (campo irrotacional)



- b) $\nabla \cdot \vec{F} > 0 \rightarrow$ "fuente"
- $\nabla \cdot \vec{F} > 0 \rightarrow$ "fuente"
- $\nabla \times \vec{F} = 0$

si $\nabla \cdot \vec{F} < 0 \rightarrow$ "sumidero"



c) $\nabla \cdot \vec{F} = 0 \quad \nabla \times \vec{F} \neq 0$

Cuando la dirección de $\nabla \times \vec{F}$ es paralela al eje de rotación de una pequeña rueda de paletas, la velocidad angular de esta será máxima.

$$\vec{F} = y\hat{x} \text{ (líneas rectas)}$$

$$\nabla \times \vec{F} \neq 0$$

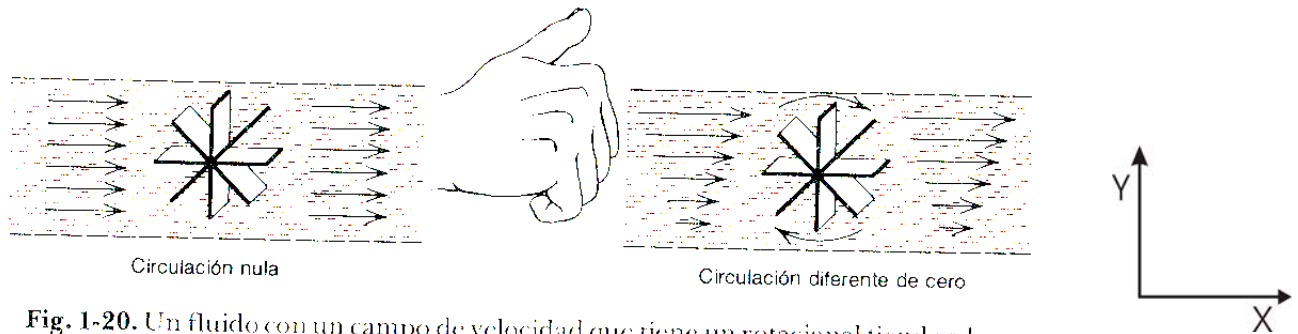
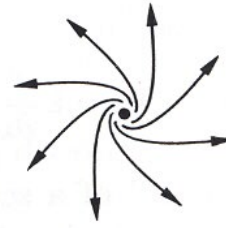


Fig. 1-20. Un fluido con un campo de velocidad que tiene un rotacional tiende a hacer girar la rueda de paletas. La componente del rotacional tiene la misma dirección que el pulgar cuando los dedos de la mano derecha se curvan en la dirección de la rotación.

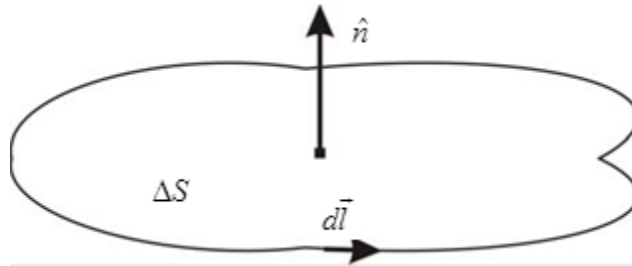
d) $\nabla \cdot \vec{F} \neq 0$
 $\nabla \times \vec{F} \neq 0$



(d)

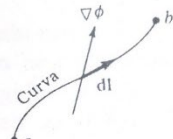
$$\nabla \cdot \vec{F} = \lim_{\Delta v \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta v} \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

$$\nabla \times \vec{F} = \lim_{\Delta S \rightarrow 0} \frac{1}{\Delta S} \left[\hat{n} \cdot \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l} \right]_{\max}$$



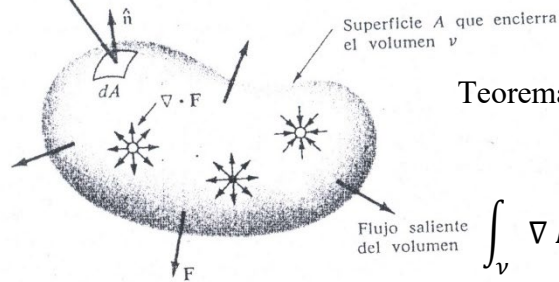
Teorema del gradiente: Campo vectorial F

$$d\phi = \nabla\phi \cdot d\vec{l}$$



$$\int_a^b d\phi = \int_a^b \nabla\phi \cdot d\vec{l} = \phi(b) - \phi(a)$$

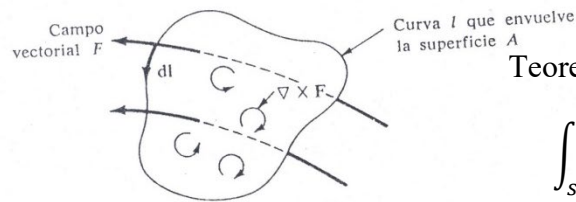
(a) Teorema del gradiente



Teorema de la Divergencia (Gauss):

$$\int_v \nabla \cdot \vec{F} dv = \oint_S \vec{F} \cdot d\vec{S}$$

(b) Teorema de la divergencia de Gauss



Teorema del Rotacional (Stokes):

$$\int_S (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{s} = \oint_C \vec{F} \cdot d\vec{l}$$

(c) Teorema de Stokes

TEOREMA DE HELMHOLTZ

El teorema de Helmholtz establece que si se conocen la divergencia y el rotacional de un campo vectorial en todos los puntos de una región finita, entonces este campo puede ser calculado de forma única (en otras palabras, un campo vectorial está unívocamente determinado si su divergencia y su rotacional están especificados en todos los puntos de una región finita).

Supónganse que $\vec{F} = \vec{F}(\vec{r})$ y que:

$$\nabla \cdot \vec{F} = b(\vec{r}) \tag{1.2}$$

$$\nabla \times \vec{F} = \vec{c}(\vec{r}) \tag{1.3}$$

son funciones conocidas para todos los puntos de un volumen finito \underline{v} .

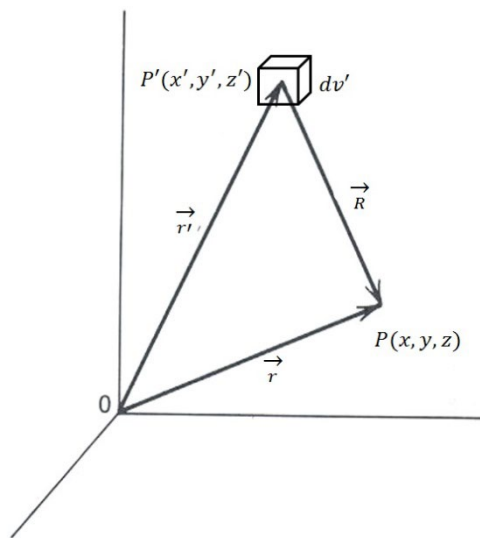
Entonces se definen las siguientes funciones:

$$\varphi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_v \frac{b(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \tag{1.4}$$

$$\vec{A}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_v \frac{\vec{c}(\vec{r}') dv'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \tag{1.5}$$

donde:

dv' : Elemento volumen en la posición del punto fuente \vec{r}'



\vec{r} : Punto campo (punto en el que se evalúa \vec{F})

\vec{r}' : Punto fuente (punto en el que se evalúan las fuentes con el propósito de integración)

$$\vec{R} = \vec{r} - \vec{r}'$$

\vec{F} puede calcularse a partir de

$$\vec{F} = \vec{F}(\vec{r}) = -\nabla\varphi + \nabla \times \vec{A} \tag{1.6}$$

Como a partir de $b(\vec{r})$ y $\vec{c}(\vec{r})$ se puede calcular \vec{F} , éstas reciben el nombre de fuente escalar y vectorial de \vec{F} respectivamente.

Si tomamos en consideración la existencia de fuentes en el infinito, i.e. que no todas ellas estén confinadas en un volumen finito, el teorema de Helmholtz no sería

absolutamente correcto, ya que también se deberían de incluir ciertas integrales de superficie involucrando \vec{F} . En este particular, manejaremos estas situaciones mediante el uso de métodos especiales cuando tengamos que lidiar con ellas.

Nos apoyaremos en este teorema como elemento básico del desarrollo axiomático del electromagnetismo. Para cada uno de los temas de estudio (campos eléctricos estáticos, campos magnéticos estáticos y campos electromagnéticos variables con el tiempo) enunciaremos los postulados fundamentales (especificaremos la divergencia y el rotacional) de los vectores de campo básicos necesarios para el modelo electromagnético.

ECUACIONES DE MAXWELL EN EL VACÍO

Sean en general los campos $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r}, t)$ $\left[\frac{V}{m}\right]$ y $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r}, t)$ $\left[\frac{Wb}{m^2}\right] = [T]$

$$\begin{aligned}\nabla \times \vec{E}(\vec{r}, t) &= -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{E}(\vec{r}, t) &= \frac{\rho_v(\vec{r}, t)}{\epsilon_0} \\ \nabla \times \vec{B}(\vec{r}, t) &= \mu_0 \vec{J}(\vec{r}, t) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial t} \\ \nabla \cdot \vec{B}(\vec{r}, t) &= 0\end{aligned}\tag{1.7}$$

siendo $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ la velocidad de la luz en el vacío (siendo $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \left[\frac{H}{m}\right]$ y $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12} \left[\frac{F}{m}\right]$) y $\rho = \rho(\vec{r}, t)$ $\left[\frac{C}{m^3}\right]$ representa la densidad volumétrica de carga y $\vec{J} = \vec{J}(\vec{r}, t)$ $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ la densidad volumétrica de corriente eléctrica.

En el caso estático no tendremos ninguna dependencia temporal

Electrostática: $\vec{E} = \vec{E}(\vec{r})$

<i>Forma diferencial</i>	<i>Forma integral</i>
$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0}$ $\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (1.8)$	$\oint_s \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q_{encerrada}}{\epsilon_0}$ $\oint_c \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (1.9)$

Magnetostática: $\vec{B} = \vec{B}(\vec{r})$

<i>Forma diferencial</i>	<i>Forma integral</i>
$\nabla \cdot \vec{B} = 0$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (1.10)$	$\oint_s \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$ $\oint_c \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I \quad (1.11)$